RLV 2017

Egy másik matektanár másféle örömei és gondjai

Vértes Judit

Mindig érdeklődve hallgatom az olyan előadásokat, szemináriumokat, melyek engem is próbára tesznek. Szívesen hallok n dimenziós szimplexekről, nagyon izgalmas volt Sztranyák Attila: Diszkrét és geometriai valószínűség határán című előadása, vagy Csorba Ferenc: Síkbeli feladatok megoldása térben. Nagyon szeretem a számrendszereket, és az azokkal való bíbelődést, ezért lenyűgöztek Lénárt István eredményei a faktoriális számrendszer kutatásában, bár ezirányú lelkesedésem a diákok általában nem osztják. Egyszer ugyan volt egy tanítványom, aki harmadikos korában egy szakkörön elgondolkodott azon, vajon meddig mehetnünk el a számrendszerek alapjának megválasztásánál, és kipróbálta az 50-es számrendszert, ahol az ABC minden betűje és a 10 számjegy szerepel. Azóta a Fazekas Gimnázium matektagozatára jár ☺

Mindezt örömmel hallgattam, ám amiket egy (tényleg) átlagos gimnáziumban illetve szakgimnáziumban tanító tanár használni tud, és be tud építeni szakköri munkájába, esetleg az órai feladatok közé, azok az általános iskolai szakköri feladatok. Épp ezért gyakran választom a felső tagozat szekciót, és itt rengeteg jó ötletet kaptam Deli Lajos és Pósa Lajos előadásán.

Ebben a dolgozatban azonban nem a feladatokról szeretnék szólni, hanem a tanítás egy másik nagyon fontos eleméről, a tanulás szervezéséről, a motivációról. Mert hiába van a tarsolyunkban számtalan izgalmasabbnál izgalmasabb feladat, ha mindezt nem tudjuk átadni a diákoknak. Örömmel hallgattam Benkó Katalin: Egy matektanár örömei és gondjai című előadását. Nagyon sok jó ötletet adott, melyeket biztosan kipróbálok majd. Ám felmerült bennem a kétely. Vajon az én sport tagozatos diákjaim is megoldanának előre pluszfeladatokat csak azért, hogy megnyerjék a párbajt? Vajon mennyi időt venne igénybe egy bajnokság lebonyolítása egy 32 fős osztályban? Vajon belefér-e mindez heti három órába egy olyan csoportban, ahol többen küzdenek azért, hogy egyáltalán meglegyen az érettségiük?

Nyílván más. Más az ország egyik legjobb gimnáziumában 16 fős csoportban heti hat órában tanítani, és más heti háromban, 32 fős osztályban, ahol az érdeklődés egészen más irányú. Nem mondanám, hogy rosszabb, vagy nehezebb, de más. Másfajta problémákkal kell szembenézni. Nehéz az időhiánnyal megbirkózni, bizony előkerülnek fegyelmezési problémák, együtt kell felkészteni azt, aki csak át szeretne menni az érettségin, azzal, akinek számít az eredmény (a fakultációs csoport szerencsére azért külön tanul). A diákok, mire középiskolába kerülnek, általában már tele vannak kudarcélménnyel a matematikával kapcsolatban, le kell rombolni a maguk köré épített „én ehhez hülye vagyok" falat. Dolgozatomban szeretnék bemutatni néhány ötletet, módszert, melyek nekem beváltak néha, és melyek segítségével azt mindenképp sikerült elérnem, hogy a matematika ne egy rettegett tantárgy legyen, és bízzanak magukban. A legtöbb ötlet, módszer nem a saját találmányom, hanem az évek során gyűjtöttem őket. Sajnos nem mindig emlékszem pontosan, mikor és kitől láttam először, de ahol igen, ott mindenképp megemlítem.

1. A következetlenség sem mindig árt

Mindig elhittem, hogy a következetesség a nevelés alapja. A mai napig biztos vagyok benne, hogy fontos, biztonságot ad a gyereknek, kiszámítható. Most egy olyan esetet szeretnék leírni, mely azonban meggyőzött arról, hogy néha a kiszámíthatatlan is segíthet a nevelésben.

Két éve új iskolába kezdtem tanítani, és kaptam egy 11. évfolyamos, sport tagozatos osztályt. Az iskola legrosszabb osztályának voltak kikiáltva, mindenki együttérzését fejezte ki, mikor megtudták, hogy ott fogok tanítani. Az osztály egy része élsportoló volt, egy másik része olyanokból állt, akik már abbahagyták az élsportot, mert nem voltak elég eredményesek, illetve az osztály fele pedig eleve öko osztályként indult, ők magasabb óraszámban tanultak biológiát és környezetvédelmet.

Nagyon nagy volt az osztályban a feszültség. Sportolók és volt sportolók, sportolók és nem sportolók, a sportolók egymás közt, állandóan piszkálták, bántották egymást, vagy bizonytani akartak, szerepelni, rálicitálni a másikra. Lehetetlen volt órát tartani. Nem tudtak csoportban dolgozni, párban se, egyedül neki se kezdtek a feladatnak, a frontális óra nagy része pedig a fegyelmezéssel telt. Mindehhez hozzájárult, hogy az előző tanárnő elmondta, ő már 9. osztály végén feladta, bement, leadta az anyagot, és nem foglalkozott vele, mit értettek meg belőle. Mint később számomra kiderült, sok értelmes diák is volt köztük, de egy-két kivétellel mindenki kettes-hármas volt matematikából.

Talán ha kilencediktől tanítom őket, másképp csináltam volna, de éreztem, hogy szorít az idő, és így nem fognak tudni leérettségizni. Nem szeretem a büntetést, de kénytelen voltam ehhez folyamodni. El kellett érnem a fegyelmet, hogy megtapasztalhassák a sikereket, ami pozitívan befolyásolhatja hozzáállásukat. Ehhez kénytelen voltam minden felesleges beszólást megtiltani. Három figyelmeztetést kapott az, aki megzavarta az órát, a harmadik figyelmeztetésnél büntető dolgozatot írt. Igyekeztem ezt mindig rövidre zárni. Csak annyit mondtam, első figyelmeztetés. Ha elrontottam, és véletlenül másodikat mondtam, amikor neki még nem volt (eleinte nyolc-tíz diákot is fejben kellett tartani, hogy ki „hol" tart), és ezért reklamált, akkor a reklamálásra kapta a második figyelmeztetést. A harmadiknál pedig szó nélkül elé tettem a dolgozatot.

Mindig készítettem néhány dolgozatot az előző órák anyagából. Ám ezeket nem volt időm úgy átgondolni, mint ahogy egy témazáró dolgozatot szoktam. Voltak köztük könnyebbek, voltak nehezebbek, volt, aki óra vége előtt néhány perccel jutott el a harmadik figyelmeztetésig, volt, akinek több ideje volt rá. Volt, aki épp csak radírt kért, de mivel három figyelmeztetés volt, tudhatta, hogy a második után már azt se lehet. Egyáltalán nem volt igazságos. De működött az óra. Lefoglalta a rendbontókat. Néhányan maguktól elültek a „gócpontokból", mert nem akartak belekerülni. Volt, aki ötöst kapott, volt, aki rosszabbat. Volt, aki egy olyan anyagrészből, amit megértett, kérdezte, hogy kell-e rosszalkodnia ahhoz, hogy írhasson belőle. Mondtam, hogy nem, megírhatja, de nem mindig sikerült. Az óra elkezdett jó lenni, a csendesebbek tudtak figyelni, az ügyesebbeknek tudtam adni külön feladatot, már ki mertek jönni a táblához, mert nem féltek attól, hogy valaki beszól nekik.

A szünetek pedig az alkudozással teltek. Mi lenne, ha nem írnám be most ezt az egyest, és megígéri, hogy soha többet nem kell rászóljak. Neki nem is volt ideje, ez így nem igazságos. Ez most sokkal nehezebb volt, mint a múltkori. Bevallom, itt volt az, hogy nem voltam következetes. Amikor először engedtem egy kérésnek, hogy ne írjam be a jegyet, cserébe megcsinál tíz feladatot, azt hittem, innentől kezdve hatástalan lesz a módszer, és újra káosz lett az órán. De nem így történt.

Óhatatlan kamasz gyerekeknél, hogy elmennek a végső határig, természetesen tudtam, hogy előbb-utóbb lesz valaki, aki amikor elé rakom a dolgozatot, közli, hogy ő nem írja meg, írjam be az egyest, és folytatja a mögötte ülővel az előző napi meccs megbeszélését. Ám a következetlenségem áldásnak bizonyult. Mivel látták, hogy néha engedek, nem alakult ki bennük olyan erős dac. Érezték, hogy nem ártani szeretnék nekik, hanem segíteni. És mindig igyekeztünk megtalálni közösen azt az utat, ami ehhez vezet.

Nem szerettem ezt az időszakot. Körülbelül fél évig majdnem minden órán írt két-három diák ilyen dolgozatot. Aztán ez elkezdett csökkeni. Már elég volt rászólni arra, aki zavarta az órát, és egymást is meg tudták kérni, ha nem tudtak figyelni, vagy dolgozni. Elkezdtek önállóan is dolgozni, a csoportmunkáig nem sikerült eljutnom velük, de párokban tudtak együttműködni. Félévkor már nem ők voltak az iskola legrosszabb osztálya, és ezt a többi tanár is észrevette. Mindenki sikeresen leérettségizett, és az osztály harmada négyes, egy közülük ötös eredménnyel. Nem mondom, hogy nem lehetett volna elérni ennél jobbat is, nem mondom, hogy ez tanítási gyakorlatom sikertörténete, de mindenképpen sikerült elkerülni a kudarcot.

2. A kevesebb néha több

Bár teljes mértékben a felfedeztető matematika híve vagyok, és egyetértek azzal is, hogy ennek van egyedül igazán értelme, bevallom, heti három órában, 30 fő körüli osztályokban nem mindig és nem mindenkinek tudom megadni a felfedezés örömét, bármennyire szeretném. Sokszor csak arra van idő, hogy közösen jussunk el valahová, mert mindenképp kell idő ahhoz is, hogy begyakorolják. Ilyenkor mindig elindulunk a rossz utakon is, elmegyünk minden zsákutcába, de tudom, hogy ez nem olyan, mintha mind bejárnák ezt az utat.

Néha azonban mindenképp tartok egy-egy olyan órát, ahol valóban mindenki megismerheti a felfedezés örömét. Tudni kell azonban, hogy ez sokkal több idő, mint a közösen haladás, egy egyszerű összefüggés felismerésére elmehet a teljes tanóra. De megéri.

Egy ilyen órát szeretnék megosztani. 11.osztály, heti 3 óra, 27 fős csoport. Két tanítási nyelvű tagozat, franciául tanulják a matematikát. Majdnem mindenki humán érdeklődésű, de számít nekik az eredmény matematikából is. A koordinátageometria elején tartunk, az óra témája: szakasz felezőpontja, osztópont.

Ha frontális órában tanítom, akkor körülbelül 10 perc a felezőpont koordinátáinak felírásához vezető út közösen, de tanári irányítással, utána 20-25 percet gyakoroljuk, és általában marad idő megnézni a harmadolópontok koordinátáit is. De úgy döntöttem, ezt az órát másra szánom. Négy fős csoportokat alkottak, és egy öt feladatból álló feladatsort kellett megoldaniuk:

1. *Legyen A(-2;3) és B(4;1) két pont a derékszögű koordinátarendszerben. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!*
2. *Legyen A(-10;5) és B(4;3) két pont a derékszögű koordinátarendszerben. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!*
3. *Legyen A(5;3) és B(4;8) két pont a derékszögű koordinátarendszerben. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!*
4. *Legyen A(27;30) és B(-19;-26) két pont a derékszögű koordinátarendszerben. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!*
5. *Legyen* $A(a_1;a_2)$ *és* $B(b_1;b_2)$ *két pont a derékszögű koordinátarendszerben. Határozd meg az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit!*

Az első három feladatnál leolvasható a felezőpont koordinátája, bár a harmadiknál már nem egész számok. A negyediknél már nehezebb felrajzolni és leolvasni, bár volt, aki ezt tette. A cél pedig az volt, hogy felismerjék az összefüggést.

Elment vele az egész óra, de minden csoport rájött a megoldásra. Voltak, akik a vektorok segítségével lényegében levezették az összefüggést, de volt olyan, aki csak felismerte a szabályt a konkrét példák alapján. Volt aki, további példákat nézett meg, hogy ellenőrizze eredményét. Nagyon jó óra volt, és biztos vagyok benne, hogy egyiküknek se kell majd a függvénytáblázatban keresgélni a felezőpont koordinátáinak kiszámítási módját. Külön öröm volt, hogy az egyik csoportban az a tanuló jött rá először az összefüggésre, aki az osztályban matematikából magát a leggyengébbnek tartja. Lehet, hogy kihagyom a harmadoló pontot (és azt majd kinézik a függvénytáblázatból), de néha mindenképp érdemes ilyen áldozatot hozni. A kevesebb néha több.

3. Feljutni a Holdra

Nagyon jól lehet motiválni azokat a tanulókat, akik kevésbé (vagy egyáltalán nem) érdeklődnek a matematika iránt, ha olyan feladatokat adunk, melyekhez nem kell különösebb matematikai érzék, ők is meg tudják csinálni, sikerélményük lehet, és egy ötössel az átlagukon is javíthat.

Amellett, hogy rendszeresen adok szorgalmi feladatokat (Zrínyi, Kenguru, Abacus,KöMaL feladatai közül), lehetőséget szoktam adni arra, hogy valami nagyobb munkát készítsenek olyan anyagrészből, érdekességekből, amikre nem jut idő az órán. Valamikor erről kiselőadást is lehet tartani, ha van idő, de van, hogy csak beadhatják.

Remek terep erre a számelmélet. Rendszeres szorgalmi feladat szokott lenni, hogy a tanultakon kívül gyűjtsenek oszthatósági szabályokat, és aki mondjuk a táblánál el tudja dönteni egy hatjegyű számról, hogy osztható-e 13-mal, vagy 17-tel vagy 31-gyel, kisötöst kap. Ugyanígy gyűjthetik a különböző prímeket, kereshetnek tökéletes számokat, barátságos számokat. De utánanézhetnek a Goldbach sejtésnek, kereshetnek be nem bizonyított tételeket, kiszámolhatják, hogy az iskolától meddig érne, ha leírnánk a legnagyobb ismert prímszámot, vagy hány füzet lenne tele.

Nagyon szeretik a magukat ”humán beállítottságúnak” valló diákok megtanulni a π-verseket, és felírni a π minél több jegyét. De volt egy tanítványom, a π dallamát tanulta meg, mert előtte bevittem nekik a π zenéjét. Vagy ezt tovább fokozva, megkértem őket, hogy hasonló verseket írjanak a $\sqrt{2}$ tizedesjegyeire. Azt hiszem, amellett, hogy élvezték, talán kicsit megérezték valamit az irracionális számok lényegéből.

A hatványozásnál rendszeresen feladom házi feladatnak, hogy hányszor kell félbehajtani egy lapot ahhoz, hogy a papíroszlop felérjen a Holdig. Ilyenkor előtte mindig megbecsülik, úgy még izgalmasabb. Illetve hogy hány búzaszem jut a sakk feltalálójának, és hányszorosa ez a Föld éves búzatermésének. Utánanéznek a Föld-Hold távolságnak, utánanéznek a papír vastagságának (rendszeresen kipróbálják, és megállapítják, hogy hétnél többször nem lehet félbehajtani), utánanéznek a Föld éves búzatermésének, a búzaszem tömegének, és van, aki teleírt papírlapokon végig számolja, kétszerezve a lap vastagságát vagy a búzaszem tömegét. Kedvencem, amikor ennek megbeszélése után két diák a pad alatt ügyködött, és nem figyelt a hatványazonosságokkal egyszerűsíthető algebrai kifejezésekre, és amikor megkérdeztem, mit csinálnak, közölték, hogy ők most ezt ki kell próbálják, mennek a Holdra ☺

A geometriai szerkesztések tanítása az egyik legnehezebb. Harminc embernek segíteni, felének nincs körzője, vagy ha van, kitörik a hegye, elgurul a csavar, én ügyetlenkedem a táblai körzővel. Ám mégis fontosnak érzem a geometria tanításához, hogy ezeket kipróbálja, megszerkessze, legalább néhányszor. Ebből dolgozatot íratni azonban szinte lehetetlen. Az idén ezért kitaláltam, hogy 10. osztályban, a geometriai transzformációkból projektmunkát kell készíteniük, és dolgozatot csak az alkalmazásokból írtunk. Az 1. mellékletben megtalálható a feladatsor, és néhány munka fényképe. Szebbnél szebb, kreatív munkák születtek. Csak egy-két igénytelenebb munka volt, de ők is kértek haladékot, amikor látták, hogy a többiek milyen szépen készítették el. Szinte mindenki ötöst kapott a munkájára. Nagyon élveztem a munkáikat, és elmondásuk alapján ők is.

4. A választás szabadsága

Bánky Judittól hallottam egy vándorgyűlésen először arról, hogy a dolgozat is lehet differenciált. Nem könnyű ilyet összeállítani, és nem is minden témakörből lehet, szerintem leginkább az algebrai átalakításoknál működik. Például a nevezetes azonosságok, az első vagy másodfokú egyenletek, a hatványozás, logaritmus témaköre alkalmas leginkább az ilyen feladatsorok összeállítására. A lényege a dolognak, hogy minden feladatnál van egy könnyebb, és egy nehezebb példa ugyanabból a típusból. Például a nevezetes azonosságnál ha törtegyüttható szerepel, vagy a másodfokú egyenlet együttható nem egész számok, máris nehezebb ugyanaz a típusfeladat, és a bizonytalanabb tanulók megrémülnek. A dolgozatot úgy állítom össze, hogy minden egyes típusfeladatnál választhat a nehezebb vagy a könnyebb példa közül. Ha végig a könnyebbeket választja, akkor legfeljebb négyes lehet, Legalább a dolgozat 20-25%-át a nehezebbek közül kel megoldani ahhoz, hogy ötös legyen.

Ha egy adott típusból mindkettőt megoldja, nem jár érte plusz pont. Egyértelműen jelölnie kell, hogy melyiket szeretné, ha értékelném. Ez kicsit már előkészíti az érettséginél lévő feladatválasztást, ott már összetettebb feladatoknál kell döntenie. Fejleszti az önismeretet, és a gyengébb képességűeknek is sikerélményt nyújt, nem kell megküzdenie olyan feladatokkal, melyekhez nem is tud hozzákezdeni. Egy ilyen feladatsort mutatok a 2. számú mellékletben.

A választás szabadságának érzése mindenképp jó. Órák végén, ha érzem, hogy fáradnak, gyakran megkérdezem, hogy a hátralévő feladatot szeretnék-e házi feladatként, és akkor játszunk, vagy oldjuk meg inkább együtt, és akkor kevesebb a házi feladat. Gyakran szoktam gyakorló órákon az aznapra tervezett feladatokat a házi feladatokkal együtt óra elején felírni a táblára, és aki végez velük óra végére, annak nem marad házi feladat (ilyenkor azért mindig adok szorgalmit), vagy haladhat közösen, együtt a többiekkel. Ha olyan anyagrész van, ahol a felépítés megengedi a választást, sokszor őket kérdezem meg (pl. szeretnétek előbb az exponenciális egyenleteket tanulni, vagy nézzük a logaritmust?) Akkor is, ha nem tudják, melyik mit takar, szeretik azt érezni, hogy befolyásolhatják a dolgokat, és utána sokkal együttműködőbbek, hiszen ők választották.

5. Hogyan csökkenthetjük az osztálylétszámot?

Nagyon fontosnak és jónak tartom a kooperatív módszereket, és igyekszem alkalmazni őket. De az a tapasztalatom, hogy a legtöbb csoportmunka, szakértői mozaik, csapatverseny körülbelül 16 főig működik, ennél nagyobb osztályokban nincs idő minden csoport munkáját megbeszélni, vagy túl nagy lesz a csoportok létszáma.

A nyelvi előkészítő, szintentartó matematikaórán jött először az ötlet, amit azóta más évfolyamokon is alkalmazni szoktam. A nulladik év elején iratunk egy szintfelmérő dolgozatot. Észrevettem, hogy vannak, akiknek nagyon jól megy a százalékszámítás, de elrontják a törtműveleteket. Valakinek más rész megy jól. Csoportokba osztottam a feladatonként a diákokat. Minden egyes témakörből kiválasztottam a 8-10 legjobbat (akinek nem volt vele gondja),és a 8-10 leggyengébbet, és tanulópárokat alkottam belőlük. A tanulópárok mindig egy órára szóltak, megkapták a feladatot, például a négy alapművelet közönséges törtekkel, vagy egy másik órán a tizedes törtekkel való műveletek, később törtrész-egészrész számolása. A tanuló párok elvonulhatnak a folyóson bárhová, vagy egy üres terembe, ha van ilyen. Az óra végén a tanulópár tanítványa egy, az adott témakörből való öt egyszerű feladatból álló, mini-röpit ír, amire olyan jegyet kap, ahány feladatot helyesen megold. Ha ötöst vagy egyest ír, a „tanára" is megkapja a jegyet, a többi esetben csak ő. Eleinte féltek ettől, hogy mi van, ha egyes lesz, de még soha nem fordult elő. Azért kell ez a kitétel, hogy ne legyen teljesen tét nélküli a játék, ne legyen az, hogy beszélgetésre használják az órát. Nagyon izgalmas volt az óra utolsó öt perce, a „tanárok" nagyon izgultak, hogy teljesít a „tanítványuk", dicsérték, motiválták őket, még az utolsó pillanatban is tanácsokkal látták el őket. Mindig együtt várták a javtást, együtt izgultak, együtt örültek az ötösnek, és vigasztalták egymást, ha nem úgy sikerült. A „tanítvány" pedig nagyon vigyázott és izgult, nehogy egyest írjon. És ilyen nem is volt soha.

Mindez idő alatt tudtam foglalkozni és gyakorolni azokkal, akik valamennyire tudták, de nem egészen az adott témakört. Meg tudtuk nézni, kinek mi a probléma. Egy ilyen óra végén elmondhattam, hogy mindenki tisztában van a törtműveletekkel (ez persze nem jelenti azt, hogy később soha nem rontották el, de ha felhívtam rá a figyelmet, ki tudták javítani). Olyan anyagrészeknél tudom ezt alkalmazni, ami valami jól begyakorolható művelet, mint például a nevezetes azonosságok, a hatványozás vagy logaritmus azonosságai. Ahelyett, hogy azok, aki már tudják, unatkoznának, akik egyáltalán nem, azok nem tudnák követni, így mindenki élvezi ezeket az órákat.

6. Játék, játék, játék

És igen, minden alkalmat megragadok, hogy játszunk. Első óra, vagy utolsó óra, karácsony, bolondok napja, szünet előtti órák, fél tanítási napok, vagy diákcsere hetek, amikor az osztály nagy része hiányzik, óra utolsó ötperce, vagy csak egy nehéz fizika dolgozat után: játszunk. Ezeket a játékokat az évek során gyűjtögettem, nagyon sok Rátz László előadásból, internetről, kollégáktól. Ezeknek számos gyűjteménye van, és egy külön dolgozat lehetne ezek felsorolása. Csak néhányat emelnék ki közülük.

Utolsó órák rendszeres kelléke a Tangram, illetve a diákok által készített matematikai fogalmakból álló tabu. Előkerülnek ilyenkor táblás játékok is, CubiCup, Quatro, de szoktunk Nim játékokat játszani gyufaszálakkal. Osztálykirándulások vonatútjain rendszeresen logisztorikkal szórakoztatjuk egymást.

Kedvenceim közé tartoznak a valószínűségi játékok, melyet nagyon élveznek. Egyik legsikeresebbről egy Rátz László Vándorgyűlésen hallottam, sajnos nem emlékszem az előadó nevére. A játékban két dobókockával dobok, és a dobott számok összegére kel tippelni. A diákoknak 20 „zsetonja” van, ezeket kell elhelyezni egy táblázatban, ahol 2-től 12-ig vannak a számok. Egy helyre akár többet is tehet, vagy akár mindet is. Ezután elkezdődik a játék. Ha a dobott számok összege olyan szám, ahol neki van zsetonja, akkor kihúzhat egyet, ha nincs, vagy már elfogyott, akkor vár a következő dobásra. Az nyer, aki először ki tudja húzni az összes zsetont. Ezt a játékot mindig legalább kétszer kell játszani, és maguktól kezdenek el gondolkodni a valószínűségeken. Ugyanezt el szoktam játszani két érmével, itt a FF, FI, II közül kell választani, kevésbé izgalmas, mint a másik, de tényleg megtapasztalják, hogy a fej-írásnak nagyobb a valószínűsége, akár két egyforma érmével dobok, akár két különbözővel, akár egy érmével kétszer. El szoktam velük játszani azt is, hogy a három boríték közül egyben van a nyeremény, és miután választottak, megmutatom a maradék kettő közül az üreset, és dönthetnek, hogy kitartanak az eredeti választásuk mellett, vagy változtatnak rajta. Ebből mindig érdekes beszélgetés alakult ki, hogy vajon miért nehezebb váltani, még akkor is, ha az ember tudja, hogy akkor van nagyobb esélye a győzelemre. Illetve hogyan befolyásolja döntésünket a nyeremény nagysága.

Az óra végi egy-két percben szívesen „huszonegyezünk”, amíg rá nem jönnek a nyerő stratégiára (ekkor még lehet kicsit variálni a szabályokon, de ezekre már gyorsan rájönnek). Ezt a játékot ketten játszák, az egyik mond egy egész számot 1 és 3 között, a másik ehhez hozzáadhat 1-et, 2-őt vagy 3-at, és így tovább. Az nyer, aki kimondja a huszonegyet.

Bármennyiszer eljátszható, és sosem unják meg, az egyszámjátékot. Itt mindenki ír egy pozitív egész számot, és az nyer, aki a legkisebb olyat írta, amit rajta kívül más nem írt. Egyszer volt egy csoportom, akik hetedikesek voltak amikor hozzám kerültek, szintenkénti csoportbontásban a leggyengébb csoport. Sokuknak gondot okozott az egész számkörben való négy alapművelet is. A dolgozatokat mindig úgy állítom össze, hogy a lassabb tanulóknak is legyen idejük befejezni, emiatt viszont be szoktam tenni pluszfeladatokat, amikért plusz pontokat kaphatnak, így azok sem unatkoznak, akik gyorsabban dolgoznak. Ebben a csoportban mondta valaki, hogy ez nem igazságos, mert azok kaphatnak plusz pontot, akik amúgy is ügyesebbek. Elgondolkodtatott a dolog, és náluk bevezettem minden dolgozat végén az egyszámjátékot, aki nyert, az plusz egy pontot kapott. Ritkán múlt ezen osztályzat, mégis nagyon lelkesítette őket, és a győztes nagyon örült.

Nagyon fontosnak tartom, hogy élmény legyen a tanulás. Ha sikerül belecsempészni ilyen elemeket, akkor talán a szárazabb, nehezebb részeket is könnyebben veszik a diákok. Kedvenc kérdésem, mellyel mindannyian gyakran találkozunk, hogy „mire fogom én ezt használni az életben?” Ilyenkor szoktam néha nekik azt mondani, hogy ez az élvezet része az életüknek. Moziba se azért mennek, mert használni akarják az ott szerzett ismereteiket, hanem kikapcsolódásképp. A matematika épp ilyen örömforrás. Ezt persze általában nem hiszik el, de jót nevetnek rajta, és máris jobb hangulatban folytatják az exponenciális egyenletek megoldását ☺

1. melléklet

Geometriai transzformációk

A feladatok mindegyikét egy külön A4-es lapra készítsd el, és a végén tűzd össze. Figyelj a munkád külalakjára, mert az értékelésnél az is pontot jelent!

1. feladat: (Négyzetrácsos lapra dolgozz) : Rajzolj egy derékszögű koordinátarendszert, és ábrázold benne az A(2;3) B(5;3) C(6;6) és D(3;6) pontokat! Kösd össze ABCDA sorrendben! Az a) b) c) d) részfeladatokat egy koordinátarendszerbe, különböző színnel készítsd el!

a) Tükrözd az alakzatot az y tengelyre! A tükörképet pirossal rajzold!

b) Tükrözd az alakzatot az origóra! A tükörképet kékkel rajzold!

c) Forgasd el az alakzatot -90°-kal! Az elforgatott képet zölddel rajzold!

d) Ábrázold az alakzat origó középpontú $\lambda=2$ hasonlósági arányú képét! Az előzőektől különböző színnel dolgozz!

2. feladat

a) Készítsd el egy tetszőleges alakzat tengelyes tükrözését!

Keress a természetben, műalkotásokon, építészetben tengelyesen szimmetrikus alakzatokat! (Jelöld meg a forrást!)

b) Készítsd el egy tetszőleges alakzat középpontos tükrözését!

Keress a természetben, műalkotásokon, építészetben középpontosan szimmetrikus alakzatokat! (Jelöld meg a forrást!)

c) Készítsd el egy tetszőleges alakzat adott vektorral való eltolását!

Keress a természetben, műalkotásokon, építészetben olyan alakzatokat, melyeken megjelenik az eltolás! (Jelöld meg a forrást!)

d) Készítsd el egy tetszőleges alakzat középpontosan kicsinyített vagy nagyított képét!

Keress a természetben, műalkotásokon, építészetben középpontosan hasonló alakzatokat! (Jelöld meg a forrást!)

3. feladat (választható)

- Egy szabad alkotás a transzformációk felhasználásával

VAGY

- Transzformációk az irodalomban vagy a zenében (egy szabadon választott mű elemzése, kb 250 szó)

Értékelés:

1. feladat	8 pont
2. feladat	16 pont
3. feladat	10 pont
Egész dolgozat külalak, összeállítás, kreativitás	6 pont

33-40 jeles

25-32 jó

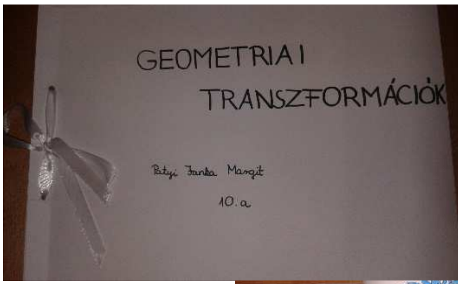
18-24 közepes

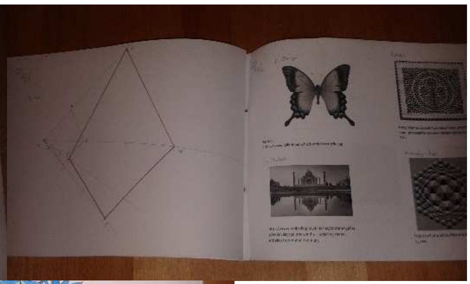
11-17 elégséges

0-10 elégtelen

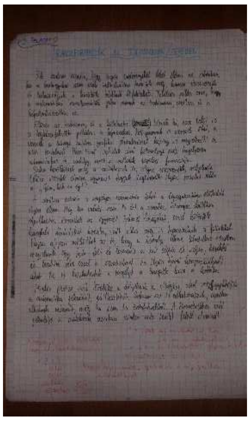
Diákok munkái:

Pátyi Janka 10.a

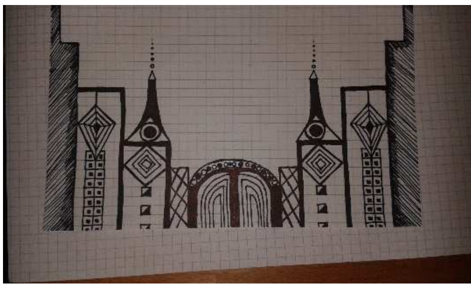




Bali Dávid



Finta Orsolya



2. melléklet

A dolgozat első oszlopában lévő feladatok mindegyike 2 pontot ér, a dolgozat második oszlopában lévő feladatok mindegyike 3 pontot ér. Egy adott jelű feladatnál (például 3/a feladat) csak az egyik feladatért adható pont.
Ponthatárok:
0-10 elégtelen
11-16 elégséges
17 - 23 közepes
24 – 31 jó
32 – 39 jeles

1. Végezd el a következő műveleteket! a) $(2x+y)^2$= b) $(4a^2 - 5b)^2$ = c) $(2x-3y)\cdot(2x+3y)$= d) $(x+y+3)^2$= e) $(x+1)^3$=	1. Végezd el a következő műveleteket! a) $(7x^3+3b^2)^2$= b) $\left(\frac{1}{5}x - 3xy\right)^2 =$ c) $\left(\frac{4}{5}x^3 - 1{,}5y\right)\cdot\left(0{,}8x^3 + \frac{3}{2}y\right) =$ d) $(3x - 2y+5)^2$ = e) $(2x - 3)^3$=
2. Alakítsd szorzattá vagy teljes négyzetté az alábbi kifejezéseket! a) $b^2-6bc+9c^2$ = b) $25x^2+20xy+4y^2$= c) $25 - x^2$=	2. Alakítsd szorzattá vagy teljes négyzetté az alábbi kifejezéseket! a) $4x^6-12x^3y^2+9y^4$ = b) $-0{,}09x^4 - 2{,}4x^2y - 16y^2$ = c) $25u^2r^4 - 16p^6$ =
3. Egészítsd ki a következő kifejezéseket, hogy egy kéttagú kifejezés négyzetével legyen egyenlő! a) $4c^2+4cd+$……= b) 1+………..$+25x^2$= c) $x^2 - 5x+$…….=	3. Írd fel a következő háromtagú kifejezést egy kéttagú kifejezés négyzete és egy szám összegeként! a) $x^2+6x+13$= b) $-3-2x+x^2$ = c) $x^2 - x + 1$ =
4. Végezd el a következő műveleteket! a) $(a-2)(a^2+2a+4)$ = b) $(2x+y)^3$ =	4.Alakítsd szorzattá vagy kéttagú összeg hatványává az alábbi kifejezéseket! a) $x^3 - y^3$ =

	b) $c^3+6c^2+12c+8 =$